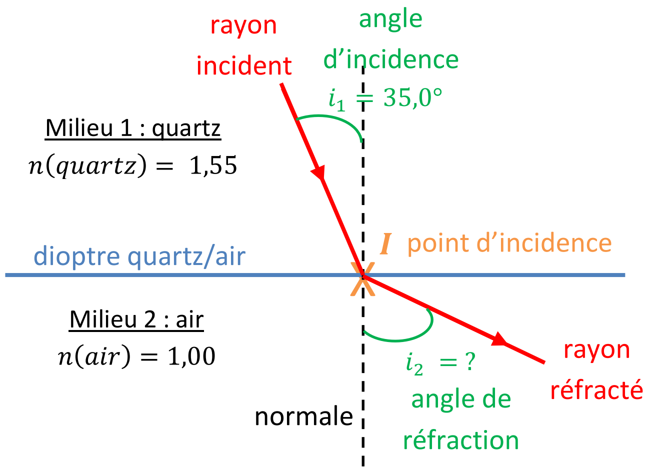
Exercices d'entraînement :
« Modéliser la réfraction de la lumière »
- Correction -

Pour l'ensemble des exercices, si un <u>schéma</u> n'est pas proposé, c'est à vous de penser à en faire un (le plus simple possible et proche de ceux du cours si vous préférez) afin de faciliter le raisonnement et donc la résolution.

<u>Donnée (à connaître) :</u> **indice de réfraction de l'air :** $\boldsymbol{n(air) = 1,00}$

<u>Exercice 1 : Calculer un angle de réfraction</u>

1) Schématiser et légender la situation.



2) Ecrire la 2ème loi de Snell-Descartes, puis déterminer l'angle de réfraction i_2.

D'après la 2ème loi de Snell-Descartes,

$$n(quartz) \times \sin(i_1) = n(air) \times \sin(i_2)$$

$$\sin(i_2) = \frac{n(quartz) \times \sin(i_1)}{n(air)}$$

$$\boldsymbol{i_2 = \arcsin\left(\frac{n(quartz) \times \sin(i_1)}{n(air)}\right)}$$

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{1{,}55 \times \sin(35{,}0)}{1{,}00}\right)$$

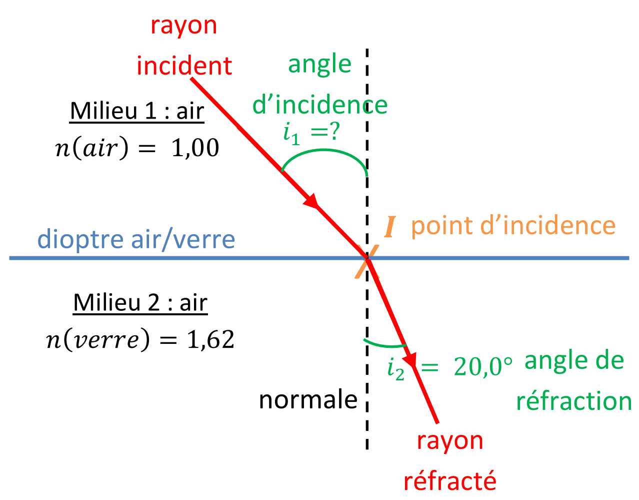
$$\boldsymbol{i_2 = 62{,}8°}$$

3) Par rapport à quelle droite l'angle de réfraction est-il défini ?

L'angle de réfraction i_2 est l'angle défini entre la normale et le rayon réfracté.

Exercice 2 : Calculer un angle d'incidence

1) ***Schématiser et légender la situation.***



2) ***Ecrire la 2ème loi de Snell-Descartes, puis déterminer l'angle d'incidence.***
D'après la 2ème loi de Snell-Descartes,

$$n(air) \times \sin(i_1) = n(verre) \times \sin(i_2)$$

$$\sin(i_1) = \frac{n(verre) \times \sin(i_2)}{n(air)}$$

$$\boldsymbol{i_1 = \arcsin\left(\frac{n(verre) \times \sin(i_2)}{n(air)}\right)}$$

$$i_1 = \arcsin\left(\frac{1,62 \times \sin(20,0)}{1,00}\right)$$

$$\boldsymbol{i_1 = 33,6°}$$

REMARQUE : Ceci est cohérent avec le schéma : l'angle de réfraction est plus petit que l'angle d'incidence, car le rayon réfracté se rapproche de la normale (passage d'un milieu 1 d'indice plus petit que celui du milieu 2).

3) ***Par rapport à quelle droite l'angle d'incidence est-il défini ?***
L'angle de réfraction i_1 est l'angle défini entre la normale et le rayon incident.

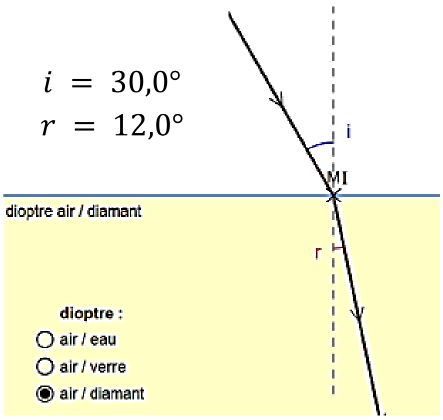
Exercice 3 : Calculer un indice de réfraction

1) ***Nommer le phénomène qui se produit à la surface de séparation entre l'air et le diamant.***
Il s'agit du phénomène de réfraction de la lumière.

2) ***A quoi correspondent les angles nommés « i » et « r » sur le schéma ?***
Sur le schéma, l'angle nommé « i » correspond à l'angle d'incidence et l'angle nommé « r » correspond à l'angle de réfraction.

3) ***Ecrire la 2ème loi de Snell-Descartes, puis déterminer l'indice de réfraction du diamant.***
D'après la 2ème loi de Snell-Descartes,

$$i = 30,0°$$
$$r = 12,0°$$



$$n(air) \times \sin(i) = n(diamant) \times \sin(r)$$

$$\boldsymbol{n(diamant) = \frac{n(air) \times \sin(i)}{\sin(r)}}$$

$$n(diamant) = \frac{1,00 \times \sin(30,0)}{\sin(12,0)}$$

$$\boldsymbol{n(diamant) = 2,40}$$

Exercice 4 : La petite monnaie réapparaît

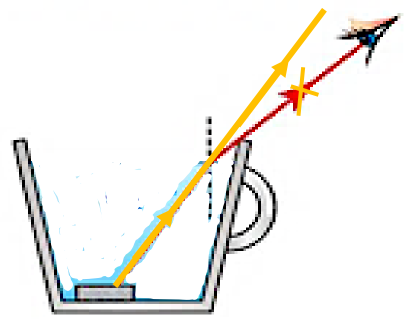
1) Quel phénomène se produit-il ?

Le rayon est dévié en entrant dans un nouveau milieu : c'est le phénomène de réfraction.

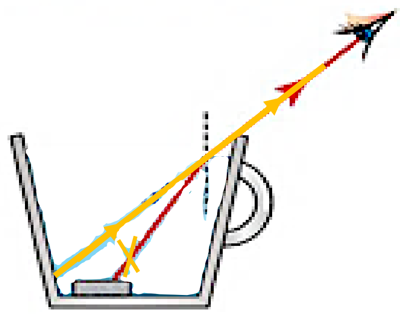
2) Compléter le schéma et montrer que, sans eau au fond de la tasse, le rayon lumineux provenant de la pièce de monnaie ne parvient pas à l'observateur.

Nous complétons le schéma en imaginant que la tasse ne contient pas d'eau.

Le rayon lumineux provenant de la pièce de monnaie (rayon incident) ne parvient pas à l'observateur car ce rayon lumineux ne subira pas de changement de milieu, et donc pas de réfraction. Ainsi, il continuera « tout droit » et ne sera pas dévié.



En refaisant le raisonnement dans l'autre sens, le rayon lumineux arrivant dans l'œil (rayon « réfracté ») ne provient pas de la pièce mais du bord de la tasse car ce rayon lumineux n'aura pas subi de changement de milieu, et donc pas de réfraction, donc pas de déviation. La pièce n'est donc pas visible par l'observateur.



3) Sous quel angle de réfraction, le rayon lumineux provenant de la pièce parvient-il à l'observateur ?

On cherche i_2, la valeur de l'angle de réfraction.

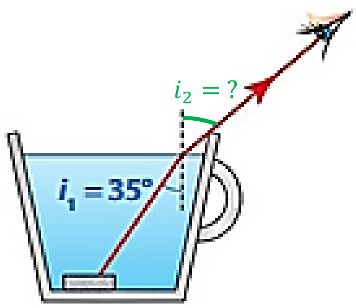
D'après **deuxième loi de Snell-Descartes :**

$$n(eau) \times sin(i_1) = n(air) \times \ sin(i_2)$$

$$\boldsymbol{i_2 = \arcsin\left(\frac{n(eau) \times \sin(i_1)}{n(air)}\right)}$$

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{1{,}33 \times \sin(35)}{1{,}00}\right)$$

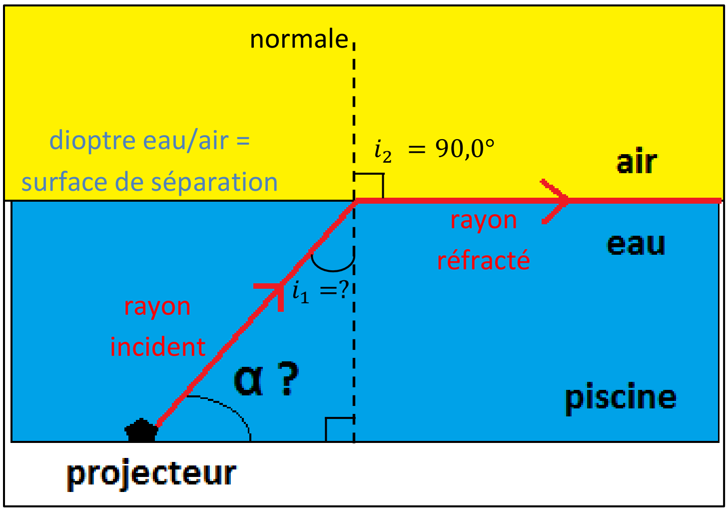
$$\boldsymbol{i_2 = 49{,}7°}$$
$$\boldsymbol{i_2 \approx 50°}$$



REMARQUE : Ceci est cohérent avec le schéma : l'angle de réfraction est plus grand que l'angle d'incidence, car le rayon réfracté s'écarte de la normale (passage d'un milieu 1 d'indice plus grand que celui du milieu 2).

Exercice 5 : L'insupportable voisine *(extrait du contrôle commun n°2 du 7 janvier 2017)*

1) ***Recopier et compléter le schéma de la situation en indiquant le rayon incident, le rayon réfracté, la surface de séparation, la normale et les angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2.***



2) ***En utilisant le schéma, déduire la valeur de l'angle de réfraction i_2.***
D'après le schéma, l'angle de réfraction mesure : $i_2 = 90{,}0°$.

3) ***Quel angle faut-il calculer pour déterminer l'inclinaison du projecteur ? Le calculer.***
Pour déterminer l'inclinaison α du projecteur, il faut d'abord calculer l'angle d'incidence i_1.

D'après la 2ème loi de Snell-Descartes,

$$n(eau) \times \sin(i_1) = n(air) \times \sin(i_2)$$

$$\sin(i_1) = \frac{n(air) \times \sin(i_2)}{n(eau)}$$

$$\boldsymbol{i_1 = \arcsin\left(\frac{n(air) \times \sin(i_2)}{n(eau)}\right)}$$

$$i_1 = \arcsin\left(\frac{1{,}00 \times \sin(90{,}0)}{1{,}33}\right)$$

$$\boldsymbol{i_1 = 48{,}8°}$$

REMARQUE : Ceci est cohérent avec le schéma : l'angle de réfraction est plus grand que l'angle d'incidence, car le rayon réfracté s'éloigne de la normale (passage d'un milieu 1 d'indice plus grand que celui du milieu 2).

4) ***Déterminer alors l'inclinaison α du projecteur, en détaillant votre raisonnement ainsi que vos calculs.***
Pour déterminer l'inclinaison α du projecteur, il faut se placer dans le triangle rectangle formé par le rayon incident, la normale et le fond de la piscine.

On sait alors que la somme des angles d'un triangle est égale à $180{,}0°$.

Donc : $\alpha + i_1 + 90{,}0° = 180{,}0°$

Donc : $\alpha + i_1 = 180{,}0° - 90{,}0°$

(Autre propriété par laquelle démarrer notre explication :
On sait alors que la somme des angles d'un triangle rectangle est égale à $90{,}0°$.)

Donc : $\alpha + i_1 = 90{,}0°$

Donc : $\boldsymbol{\alpha = 90{,}0° - i_1}$

Donc : $\alpha = 90{,}0° - 48{,}8°$

Donc : $\boldsymbol{\alpha = 41{,}2°}$

Exercice 6 : Déterminer graphiquement l'indice de réfraction du plexiglas®

1) ***Calculer les valeurs $\sin i_{air}$ et $\sin i_{plexi}$. Présenter les résultats dans un tableau.***

En utilisant le logiciel LatisPro, vous pouvez ouvrir un **tableur** et créer les 2 nouvelles variables « i_air » pour i_{air} et « i_plexi » pour i_{plexi}. Ensuite, remplir les valeurs données dans l'énoncé.

Ensuite, vous allez ouvrir une **feuille de calculs** dans l'onglet traitement, ce qui vous évite d'avoir à calculer les sinus. Il faut d'abord que vous signaliez au logiciel que vous voulez vos résultats en degrés et ensuite, vous nommez les 2 nouvelles variables calculées, et vous y insérez les fonctions sinus. Puis, exécuter les calculs.

Feuille de calculs

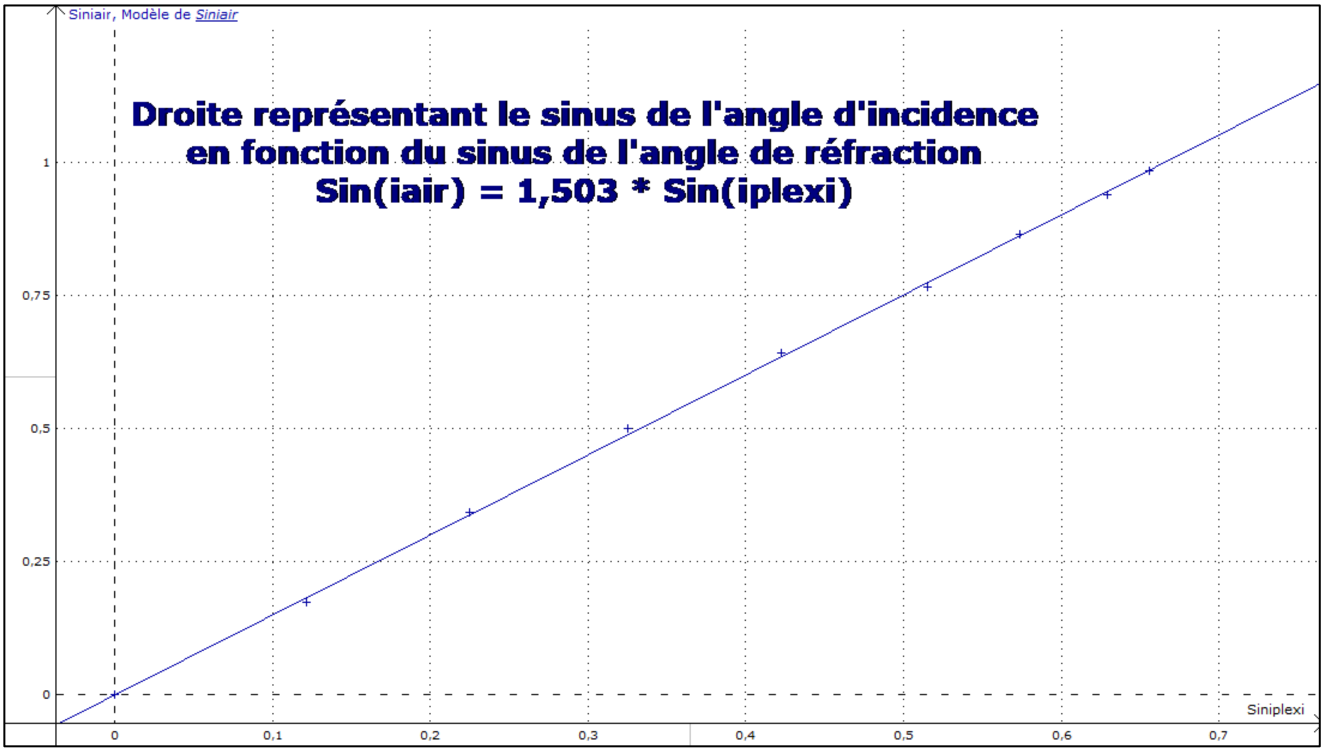
```
.DEGRE
Siniair=Sin(i_air)
Siniplexi=Sin(i_plexi)
```

Tableur

i_air	i_plexi	Siniair	Siniplexi
°	°		
0 °	0 °	0	0
10 °	7 °	0,174	0,122
20 °	13 °	0,342	0,225
30 °	19 °	0,5	0,326
40 °	25 °	0,643	0,423
50 °	31 °	0,766	0,515
60 °	35 °	0,866	0,574
70 °	39 °	0,94	0,629
80 °	41 °	0,985	0,656

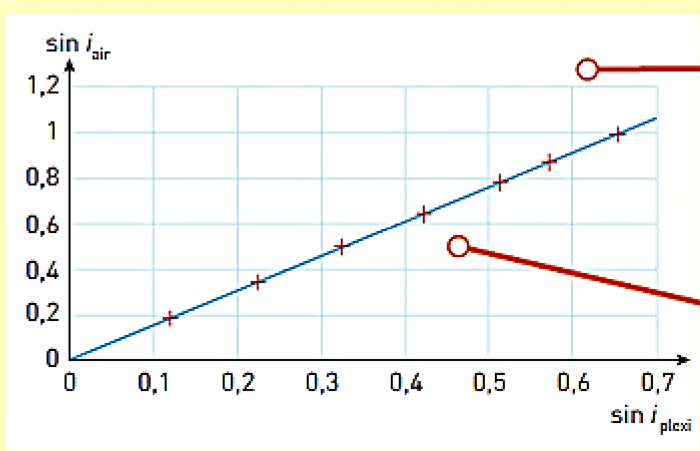
2) ***Tracer la droite représentative des variations de $\sin i_{air}$ en fonction de $\sin i_{plexi}$.***

Voici la droite tracée à l'aide du logiciel LatisPro.



Il ne faut pas oublier d'écrire les grandeurs sur les axes, l'échelle, le titre. Quand vous utilisez un logiciel, il faut aussi spécifier l'équation de la droite.

Voici une autre correction avec un graphique moins précis :



1) On place sin i_{air} en ordonnée et sin i_{plexi} en abscisse.
- sin i_{air} varie de 0 à $98{,}5 \times 10^{-2}$: on peut prendre pour échelle 1 cm pour 5×10^{-2}.
- sin i_{plexi} varie de 0 à $65{,}6 \times 10^{-2}$: on peut prendre pour échelle 1 cm pour 5×10^{-2}.

2) On place les points et on trace la droite qui passe par l'origine et au plus près des points expérimentaux à la main ou à l'aide d'un tableur grapheur.

Pour calculer le coefficient directeur de la droite, on utilise le graphique et non le tableau des valeurs expérimentales.

>Fiche maths 6, p.321

3) Montrer que le coefficient directeur de cette droite est égal à : $\frac{n_{plexi}}{n_{air}}$.

D'après le graphique, nous avons obtenu une droite linéaire, d'équation : $\boxed{\boldsymbol{\sin i_{air} = k \times \sin i_{plexi}}}$

avec : k, le coefficient directeur de la droite,
et : $\sin i_{air}$ et $\sin i_{plexi}$, deux grandeurs proportionnelles, reliées par une loi physique.

Par ailleurs, d'après la 2ème loi de Snell-Descartes,

$$n(air) \times \sin i_{air} = n(plexi) \times \sin i_{plexi}$$

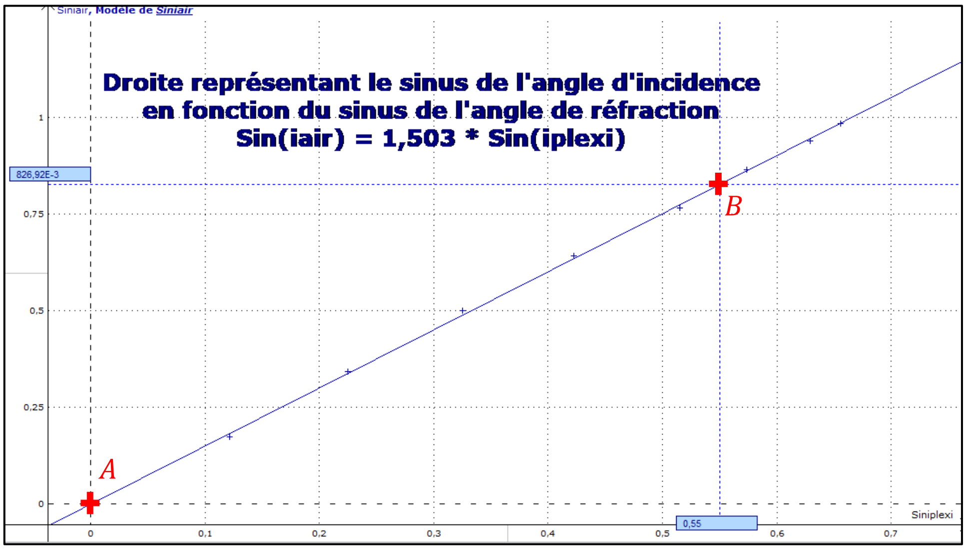
$$\sin i_{air} = \frac{n(plexi) \times \sin i_{plexi}}{n(air)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\sin i_{air} = \frac{n(plexi)}{n(air)} \times \sin i_{plexi}}}$$

Par identification des deux relations précédentes, on a : $\boxed{\boldsymbol{k = \frac{n(plexi)}{n(air)}}}$

4) $\boldsymbol{n_{air} = 1,0}$. Déterminer graphiquement l'indice de réfraction du plexiglas® $\boldsymbol{n_{plexi}}$.

Pour déterminer l'indice de réfraction du plexiglas®, il faut calculer k, le coefficient directeur de la droite (ou utiliser celui calculé par le logiciel tableur-grapheur).



Pour cela, on choisit deux points sur la droite *(sur LatisPro : clic droit, réticule, lié à la courbe)* et on applique la formule suivante : $k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$. Ici, nous choisissons le point A, de coordonnées $(0\,;0)$ et B $(0{,}55\ ;\ 0{,}82692)$.

$$k = \frac{0{,}82692 - 0}{0{,}55 - 0}$$
$$k = 1{,}503$$

Il est évident que vous n'aurez pas de coordonnées aussi précises avec un graphique tracé sur du papier millimétré.

Calculons l'indice de réfraction du plexiglas® n_{plexi} à l'aide de la formule démontrée à la question 3 :

$$k = \frac{n(plexi)}{n(air)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{n(plexi) = k \times n(air)}}$$

$$n(plexi) = 1{,}503 \times 1{,}0$$

$$n(plexi) = 1{,}5$$

En conclusion, l'indice de réfraction du plexiglas® n_{plexi} est égal à 1,5.

Exercice 7 : Déterminer graphiquement l'indice de réfraction d'un liquide

Nous allons reprendre le raisonnement de l'exercice précédent :

On cherche à déterminer n_s, la valeur de l'indice de réfraction de l'eau sucrée (et non n' comme indiqué par erreur dans l'énoncé).

Dans un premier temps, nous allons calculer les grandeurs $\sin(i_{air})$ et $\sin(i_s)$ (ou utiliser un **tableur** avec la **feuille de calculs**).

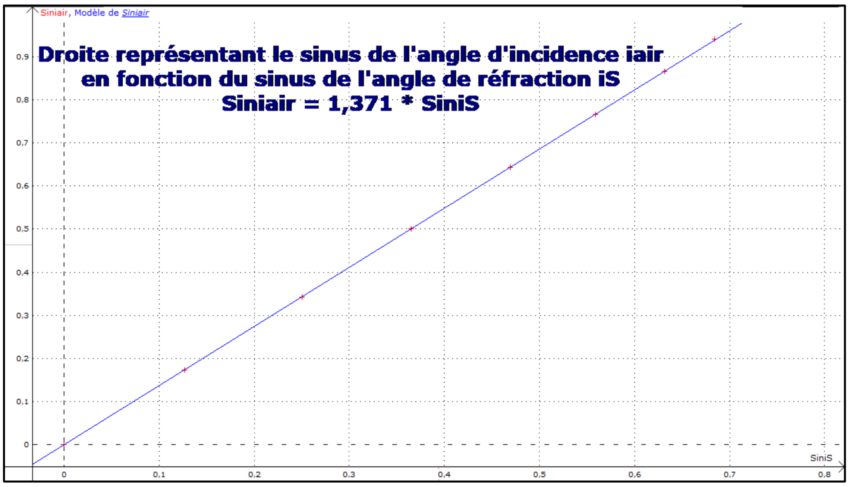
Feuille de calculs

```
.DEGRE
Siniair=Sin(iair)
SiniS=Sin(iS)
```

Tableur

iair	iS	Siniair	SiniS
°	°		
0 °	0 °	0	0
10 °	7,3 °	0,174	0,127
20 °	14,5 °	0,342	0,25
30 °	21,4 °	0,5	0,365
40 °	28 °	0,643	0,469
50 °	34 °	0,766	0,559
60 °	39,2 °	0,866	0,632
70 °	43,2 °	0,94	0,685

Ensuite, nous allons tracer la droite représentative des variations de $sin(i_{air})$ en fonction de $sin(i_s)$, à l'aide du logiciel LatisPro (ou sur papier millimétré), sans oublier d'écrire les grandeurs sur les axes, l'échelle, le titre. Avec l'utilisation du logiciel, il faut aussi spécifier l'équation de la droite.



Ensuite, il faut calculer k, le coefficient directeur de la droite (ou utiliser celui calculé par le logiciel tableur-grapheur).
En utilisant celui calculé lors de la modélisation graphique, on a : $\boldsymbol{k = 1,371}$.

D'après le graphique, nous avons obtenu une droite linéaire, d'équation : $\boxed{\boldsymbol{sin\ i_{air} = k \times sin\ i_s}}$

avec : k, le coefficient directeur de la droite,

et : $sin\ i_{air}$ et $sin\ i_s$, deux grandeurs proportionnelles, reliées par la 2ème loi de Snell-Descartes :

$$n(air) \times sin\ i_{air} = n_s \times sin\ i_s$$

$$sin\ i_{air} = \frac{n_s \times sin\ i_s}{n(air)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{sin\ i_{air} = \frac{n_s}{n(air)} \times sin\ i_s}}$$

Par identification des deux relations précédentes, on a : $\boxed{\boldsymbol{k = \frac{n_s}{n(air)}}}$

Calculons alors l'indice de réfraction de l'eau sucrée n_s à l'aide de la formule précédente :

$$k = \frac{n_s}{n(air)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{n_s = k \times n(air)}}$$

$$n_s = 1,371 \times 1,00$$

$$n_s = 1,37$$

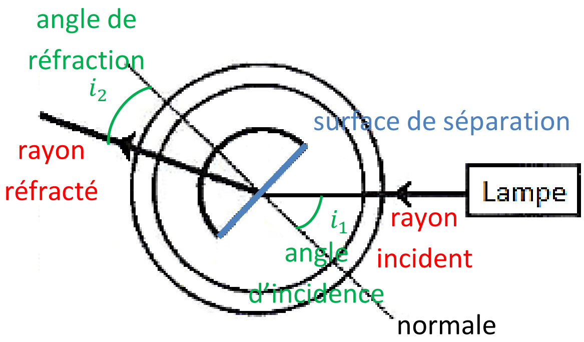
En conclusion, l'indice de réfraction de l'eau sucrée est de 1,37.

Exercice 8 : Qui a raison ? *(extrait du contrôle commun n°2 du 7 janvier 2017)*

1) ***De quel phénomène l'énoncé parle-t-il ?***

   L'énoncé parle du phénomène de la réfraction de la lumière.

2) ***Aidez Tintin en recopiant et annotant le schéma ci-dessus avec les indications suivantes : normale, surface de séparation, rayon réfracté, rayon incident, angle d'incidence i_1 et angle de réfraction i_2.***



3) *Tintin a réalisé les mesures suivantes mais n'a pas fini de compléter son tableau.* **Complétez le tableau pour lui.**

i_1 (degrés)	0	5,00	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0
i_2 (degrés)	0	8,08	16,3	24,7	33,5	43,0	53,8	67,7
$\sin(i_1)$	0	0,0872	0,174	0,259	0,342	0,423	0,500	0,574
$\sin(i_2)$	0	0,141	0,281	0,418	0,552	0,682	0,807	0,925

4) ***Construisez la représentation graphique des variations de $sin(i_1)$ en fonction de $sin(i_2)$ sur une feuille de papier millimétré.***

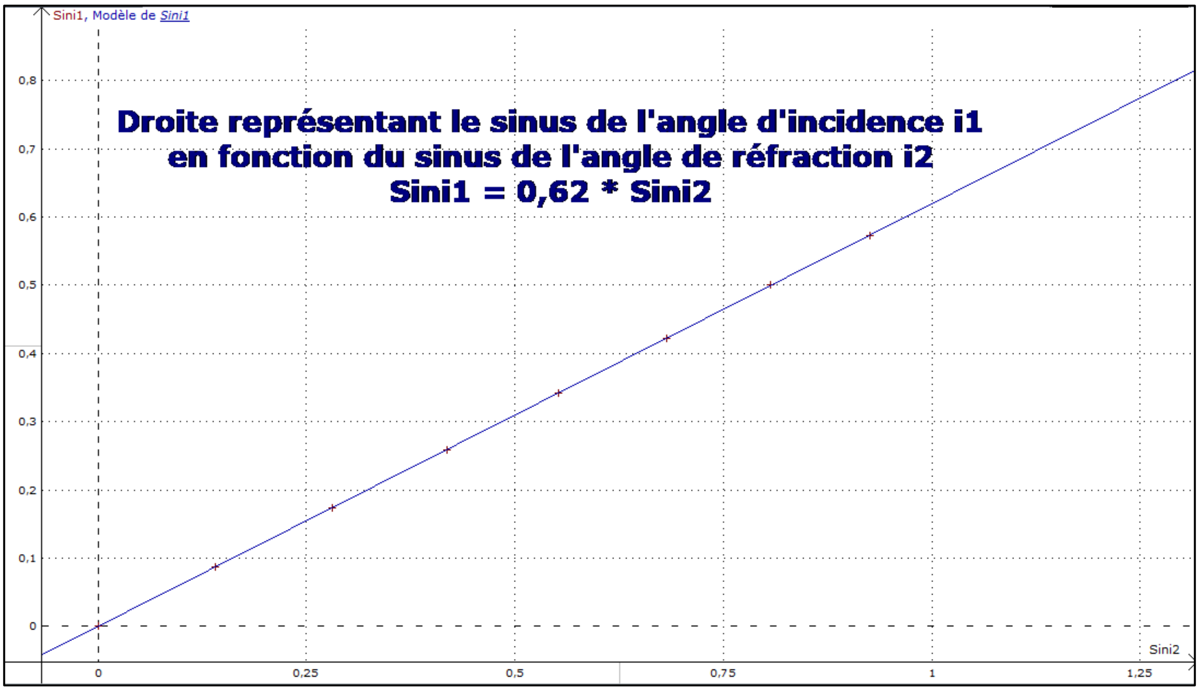
   Voici la droite tracée à l'aide du logiciel LatisPro :

Tableur

i1	i2	Sini1	Sini2
°	°		
0 °	0 °	0	0
5 °	8,08 °	87,156E-3	0,141
10 °	16,3 °	0,174	0,281
15 °	24,7 °	0,259	0,418
20 °	33,5 °	0,342	0,552
25 °	43 °	0,423	0,682
30 °	53,8 °	0,5	0,807
35 °	67,7 °	0,574	0,925

Feuille de calculs

```
.DEGRE
Sini1=Sin(i1)
Sini2=Sin(i2)
```



Il ne faut pas oublier d'écrire les grandeurs sur les axes, l'échelle, le titre. Quand vous utilisez un logiciel, il faut aussi spécifier l'équation de la droite.

5) Interprétez le graphique et déterminez la loi qui est ainsi vérifiée.

D'après le graphique, nous avons obtenu une droite linéaire, d'équation : $\boxed{\boldsymbol{sin(i_1) = k \times sin(i_2)}}$

avec : k, le coefficient directeur de la droite,

et : $\sin(i_1)$ et $\sin(i_2)$, deux grandeurs proportionnelles, reliées par la 2ème loi de Snell-Descartes,

$$n(air) \times \sin(i_1) = n_2 \times \sin(i_2)$$

$$\sin(i_1) = \frac{n_2 \times \sin(i_2)}{n(air)}$$

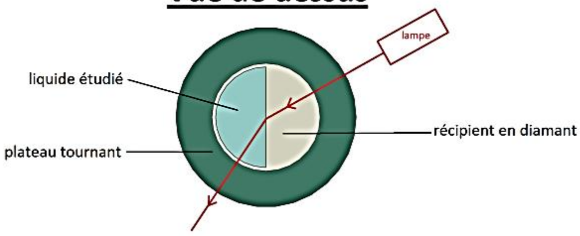
$$\boxed{\mathbf{\sin(i_1)} = \frac{\boldsymbol{n_2}}{\boldsymbol{n(air)}} \times \mathbf{\sin(i_2)}}$$

Par identification des deux relations précédentes, on a : $\boxed{\boldsymbol{k = \frac{n_2}{n(air)}}}$

Nous avons donc bien vérifié la 2ème loi de Snell-Descartes, puisque cette loi met en évidence la proportionnalité des grandeurs $\sin(i_1)$ et $\sin(i_2)$.

6) *Dans le demi-cylindre, qui n'est pas en diamant, Tintin pense que le liquide contenu est de l'eau et son binôme le capitaine Haddock pense qu'il s'agit de glycérol.* ***Qui a raison ? Détaillez votre raisonnement.***

Vue de dessus



Si Tintin a en réalité réalisé son étude en utilisant la réfraction sur un dioptre diamant/liquide et non air/milieu 2 (« milieu 2 » car non précisé dans l'énoncé), alors la réponse à la question 5 est à reprendre et modifier :

La 2ème loi de Snell-Descartes devient alors :

$$n(diamant) \times \sin(i_1) = n(liquide) \times \sin(i_2)$$

$$\sin(i_1) = \frac{n(liquide) \times \sin(i_2)}{n(diamant)}$$

$$\boxed{\mathbf{\sin(i_1)} = \frac{\boldsymbol{n(liquide)}}{\boldsymbol{n(diamant)}} \times \mathbf{\sin(i_2)}}$$

Par identification des deux relations précédentes, on a : $\boxed{\boldsymbol{k = \frac{n(liquide)}{n(diamant)}}}$

Le but à présent va être de déterminer l'indice de réfraction du liquide $n(liquide)$ pour pouvoir le comparer avec nos données et déterminer s'il s'agit d'eau ou de glycérol.

Pour déterminer l'indice de réfraction du liquide, il faut calculer k, le coefficient directeur de la droite (ou utiliser celui calculé par le logiciel tableur-grapheur) : *voir méthode graphique expliquée à l'exercice 6.*
A l'aide de la modélisation graphique, on trouve : $\boldsymbol{k = 0,62}$

Calculons l'indice de réfraction du liquide $n(liquide)$ à l'aide de la formule remaniée ci-dessus :

$$k = \frac{n(liquide)}{n(diamant)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{n(liquide) = k \times n(diamant)}}$$

$$n(liquide) = 0,62 \times 2,42$$

$$n(liquide) = 1,5$$

On peut donc conclure que le liquide contenu dans le demi-cylindre à un indice de réfraction égal à 1,5, ce qui correspond à l'indice de réfraction du glycérol. C'est pourquoi le capitaine Haddock avait raison puisque le demi-cylindre contient du glycérol et non de l'eau.